

ROLUL CALCULULUI PROBABILISTIC ÎN STATISTICA AFACERILOR

CONF. UNIV. DR. ELISABETA R. ROȘCA
UNIVERSITATEA “ȘTEFAN CEL MARE” SUCEAVA
Str. Universității, Nr. 1, Suceava, RO-720225, ROMANIA
Tel: 0230-216147-295, e-mail: rosca@fim.usv.ro

The paper “The Role of Probability Calculus in Business Statistics” contains a presentation of probability concept and the main mathematicians who remarked in the course of time about special contributions at the elaboration of the probability theory (Jacob Bernoulli, Abraham de Moivre, Thomas Bayes, Joseph Lagrange, Pierre Simon Laplace).

The paper defines the basic concepts used in the probability theory which are: event, experiment, sample space and also the evolution of the approach modalities of the probabilities, specifying the features of the classical (theoretical) approach, relative frequency (empirical) approach and subjective approach, conditional probabilities. These approaches are illustrated with some concrete examples from the business domain.

În teoria probabilităților, tehnicile și relațiile de bază aparțin unor matematicieni de mare renume, cum sunt: Jacob Bernoulli (1654-1705), Abraham de Moivre (1667-1754), Thomas Bayes (1702-1761) și Joseph Lagrange (1736-1813). În secolul al XIX^{lea}, Pierre Simone Laplace (1749-1827) a îmbinat cunoștințele deja existente în domeniu, elaborând prima *teorie a probabilităților*. Inițial, aceasta a fost aplicată cu succes în jocurile de noroc, dar mult mai importantă, din punct de vedere științific, a fost utilizarea sa în studiile economice și sociale. Dezvoltarea activităților de asigurări, începută în secolul al XIX^{lea}, a creat nevoia unor noi cunoștințe privind riscul de pierdere și taxele corespunzătoare asigurării acestor riscuri. Dacă, la început, studiul probabilităților avea ca scop înțelegerea fenomenelor sociale, astăzi teoria probabilităților reprezintă baza aplicațiilor statistice realizate în domeniul social, dar și în cercetările ale căror rezultate sunt folosite în luarea deciziilor [Lev87]¹.

1. Concepte și abordări în teoria probabilităților

Folosind o definiție generală, se poate spune că *probabilitatea* reprezintă șansa ca un eveniment să se producă. Probabilitatea are un interval de variație între zero și unu și poate fi exprimată sub formă de fracții sau sub formă zecimală (o probabilitate egală cu zero arată că un eveniment nu se va produce niciodată, în timp ce o probabilitate egală cu unu arată că un eveniment se va produce întotdeauna). În teoria probabilităților, un *eveniment* este reprezentat de unul sau mai multe efecte ce apar ca urmare a unei acțiuni. Astfel, dacă se aruncă o monedă și aceasta cade cu fața, acesta reprezintă un eveniment, iar dacă va cădea cu reversul, acesta este un alt eveniment.

Activitățile care generează evenimente sunt numite, în teoria probabilităților, *experimente* (în exemplul precedent, experimentul este aruncarea monedei).

Ansamblul tuturor efectelor posibile ca urmare a producerii unui experiment se numește *perioadă de sondaj* (în exemplul precedent, perioada de sondaj este formată din fața și reversul monedei), deci:

$$S = \{fată, revers\}$$

Evenimentele se *exclud reciproc*, aceasta însemnând că unul și numai unul din evenimente poate avea loc la un moment dat. Când o listă de evenimente include toate evenimentele posibile, această listă este colectiv exclusivă.

În teoria probabilităților, abordarea acestora se face în funcție de scopul în care sunt folosite, cunoscându-se trei modalități de abordare și analiză: o abordare clasică (teoretică), o abordare pe baza frecvențelor relative (empirică) și o abordare subiectivă.

În *abordarea clasică*, definirea probabilității unui eveniment se face ca raport între numărul de efecte obținute și numărul de efecte posibile, cu respectarea condiției ca toate evenimentele să aibă șanse egale de producere. Probabilitatea clasică este adesea numită *probabilitate a priori*, întrucât permite cunoașterea numărului posibil de evenimente înainte de realizarea experimentului.

Câteva exemple de astfel de probabilități pot fi [Fle91]²:

- probabilitatea de apariție a feței (F) unei monede sau a reversului (R) acesteia, notată:

$$P(F) = P(R) = 0,5$$

- probabilitatea de apariție a feței unui zar este:

$$P(6) = P(5) = \dots P(1) = 1/6$$

- probabilitatea de a extrage un as dintr-un pachet de cărți de joc este:

$$P(As) = 4/52$$

În mare măsură, metoda clasică de stabilire a probabilității se aplică în jocurile de noroc, caz în care prezumția unor rezultate cu șanse egale de apariție este cea mai probabilă, în timp ce în analiza mediului de afaceri această abordare își găsește mai rar aplicabilitatea.

În jurul anului 1800, statisticienii britanici, interesați în fundamentarea teoretică a calculului privind riscul în asigurările de viață și asigurările comerciale, au început să definească probabilitățile pornind de la datele statistice culese privind nașterile și decesele. Astăzi, această abordare este numită *frecvență relativă a întâmplării* și definește probabilitatea ca fiind:

1. frecvența relativă observată a unui eveniment într-un număr foarte mare de cazuri;

2. proporția de producere a unui eveniment, când condițiile sunt stabile.

Abordarea empirică utilizează frecvențele relative ale întâmplărilor trecute ca probabilități, determinând cât de frecvent s-a produs o întâmplare în trecut și folosind această valoare pentru a prezice probabilitatea ca ea să se repete, în viitor.

În cazul utilizării acestei metode, probabilitatea de realizare a unui eveniment i este $P(E_i)$ și este dată de relația:

$$P(E_i) = \frac{f_i}{\sum f_i} = \frac{f_i}{N} \quad (1)$$

unde: N - reprezintă numărul total de evenimente.

De asemenea, este adevărată relația:

$$\sum P(E_i) = 1 \Leftrightarrow P(E_1) + P(E_2) + \dots + P(E_n) = 1 \quad (2)$$

În această abordare, probabilitățile își găsesc aplicarea pentru analiza mediului de afaceri [Fle91]³.

Abordarea subiectivă se bazează pe măsura în care există un grad individual de încredere sau o convingere că un eveniment se va produce. Această abordare este adesea folosită când celelalte două abordări nu sunt posibil de aplicat, de exemplu, în aprecierea rezultatelor alegerilor electorale, în rezultatele meciurilor de fotbal sau în mediul de afaceri, pentru estimarea probabilității lansării cu succes a unui produs, estimarea efectelor investițiilor etc. Aplicarea acestei abordări în mediul de afaceri evidențiază ca esențială ideea obținerii unui consens în ceea ce privește stabilirea probabilităților (aspect mai important decât estimarea individuală a probabilităților). De exemplu, o campanie publicitară nu se va baza pe punctul de vedere al unui singur expert în marketing, în determinarea probabilității ca aceasta să fie de succes.

Conceptul de *probabilitate subiectivă* a fost introdus în anul 1926 de către Frank Ramsey, în lucrarea sa "Bazele matematicii și alte eseuri logice". Ulterior, conceptul a fost dezvoltat de Bernard Koopman, Richard Good și Leonard Savage, toți cu contribuții remarcabile în domeniu, Savage fiind acela care a evidențiat și aspectul că două persoane aflate în fața acelorași evidențe pot, cu ușurință, să stabilească probabilități subiective diferite pentru aceleași evenimente [Lev87]⁴.

Probabilitatea subiectivă poate fi întâlnită deopotrivă când evenimentele se produc o singură dată sau de mai multe ori. Astfel, de exemplu, se presupune că pentru asigurarea unor noi servicii sociale se urmărește selectarea unei persoane. Cel care are această sarcină a ales trei persoane, toate având calități necesare noului post (o prezență agreabilă, o fire energetică, talent pentru activitatea specifică postului etc.). Se pune întrebarea care este șansa fiecăreia dintre cele trei persoane de a fi selectată? Pentru a răspunde la această întrebare și a alege unul din cei trei candidați, se asociază o probabilitate subiectivă fiecărui candidat. Un alt exemplu de utilizare a probabilității subiective în luarea deciziilor poate fi următorul:

în legătură cu amplasamentul unei uzine nucleare există unele dovezi că localizarea ar fi greșită, din punct de vedere ecologic. Se pune întrebarea: “Care este probabilitatea să se producă un accident nuclear major în acest loc?”. Practic, în această situație nu există frecvențe relative ale întâmplărilor trecute pe baza cărora să se ia o decizie managerială, singura soluție fiind aceea de a se sprijini întreg raționamentul deciziei pe probabilitatea subiectivă de producere a unui accident nuclear.

Din cele două exemple considerate se poate observa că atât deciziile la nivel social, cât și cele manageriale se confruntă cu probleme specifice, cu situații concrete unice, ceea ce face ca decidenții să apeleze în mod frecvent la probabilitățile subiective.

Prin definiție, două evenimente sunt *dependente* când producerea (sau neproducerea) unui eveniment influențează probabilitatea de producere a celuilalt eveniment. Pentru exemplificare se consideră că o firmă cu 25 angajați, din care 3 sunt femei, intenționează să participe la un program de pregătire managerială. Se pune problema de a determina care este probabilitatea ca primii doi angajați selectați să fie femei. Fiind trei femei angajate, șansa ca prima candidată selectată să fie femeie este $3/25$, iar șansa ca cea de a doua candidată să fie femeie, dacă prima a fost femeie este $2/24$. Acest exemplu demonstrează dependența dintre probabilități și introduce un nou concept, acela de *probabilitate condiționată*.

Acestea fiind principalele concepte și abordări utilizate în teoria probabilităților, ele pot fi adaptate și folosite pentru analiza mediului de afaceri, ca și în situații de luare a deciziilor.

2. Teoria Bayes pentru probabilități condiționate

O situație particulară în utilizarea probabilităților condiționate, în contextul unui număr de evenimente secvențiale este cea sintetizată de *regula Bayes*. Aceasta propune o metodă de revenire asupra *probabilităților a priori* (ca probabilități ale unui eveniment produs) în condițiile unei noi informații (cum ar fi, de exemplu, faptul că anumite evenimente B , C etc. s-au produs deja), ceea ce dă posibilitatea determinării unor *probabilități posteriori*.

În cazul a două evenimente A și B , regula Bayes este asemănătoare stabilirii probabilităților condiționate și anume:

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \quad (3)$$

Regula poate fi extinsă la cazul în care există n evenimente care se exclud reciproc: $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ și unde unul din cele n evenimente trebuie să se producă. Într-un astfel de caz, regula Bayes pentru calcularea oricărei probabilități posteriori $P(A_i/B)$ este:

$$\begin{aligned} P(A_i/B) &= \frac{P(A_i) \times P(B/A_i)}{P(A_1) \times P(B/A_1) + P(A_2) \times P(B/A_2) + \dots + P(A_n) \times P(B/A_n)} = \\ &= \frac{P(A_i) \times P(B/A_i)}{\sum P(A_i) \times P(B/A_i)} \end{aligned} \quad (4)$$

Ca o concluzie asupra utilizării regulii Bayes se poate spune că aceasta permite evaluarea informației noi și revizuirea estimării anterioare (bazată pe o informație limitată), cu determinarea probabilităților posteriori. Avantajul aplicării acestei reguli este acela al eliminării necesității culegerii unui volum mare de date pentru o perioadă mai lungă de timp, așa cum este necesar, în general, în deciziile bazate pe probabilități.

O metodă frecvent folosită pentru determinarea probabilităților posteriori este cea bazată pe construirea *arborelui de decizie* [Roș02]⁵, [Fle91]⁶.

În domeniul economic, atât oamenii de afaceri cât și economiștii, în mod frecvent, apelează la teoria probabilităților pentru a soluționa situații de luare a deciziilor în condiții de incertitudine. Primul pas în atașarea unor probabilități pentru evenimente incerte este formarea unei perioade de sondaj constând într-o listă a tuturor evenimentelor simple ce pot să apară ca rezultat al unui experiment aleator. O probabilitate (un număr între 0 și 1) este atașată fiecărui eveniment simplu, măsurând posibilitatea de producere a unui anumit rezultat. Pentru formarea perioadei de sondaj și atașarea probabilităților evenimentelor simple este utilizat adesea arborele probabilităților. Probabilitățile pot fi ulterior determinate pentru un complex de evenimente, folosind regulile probabilităților privitoare la complementaritatea, aditivitatea și multiplicarea probabilităților. Conceptul de probabilitate condiționată exprimă probabilitatea ca un anumit eveniment să se producă, când este valabilă o informație parțială despre rezultatul unui experiment. După cum am putut constata, un caz particular al aplicării probabilităților condiționate este regula Bayes, care permite recalcularea probabilităților de producere a unui eveniment, în condițiile apariției unei informații adiționale. Nu în ultimul rând, probabilitățile condiționate pot fi folosite în probleme legate de alegerea celei mai bune decizii [Tac98]⁷, [Kel88]⁸.

BIBLIOGRAFIE

1. [Lev87] Levin, I. R., *Statistics for Management*, Fourth Edition, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, p. 150
2. [Fle91] Fleming, C. M., Nellis, G. J., *The Essence of Statistics for Business*, First Edition, Prentice Hall Inc., Englewood Cliffs, 1991, p. 68
3. [Fle91] Fleming, C. M., Nellis, G. J., lucr. cit., p. 70
4. [Lev87] Levin, I. R., lucr. cit., p. 157
5. [Roș02] Roșca, R. E., *Calculul probabilistic în luarea deciziei. Teoria bayesiană*, în volumul “Integrarea României în structurile euro-atlantice”, Editura “Dimitrie Cantemir”, București, 2003, p. 455
6. [Kel87] Keller, G., Warrack, B., Bartel, H., *Statistics for Management and Economics. A Systematic Approach*, First Edition, Wadsworth Publishing Company, Belmont, California, 1988, p. 124