

## ASPECTE PRIVIND APLICAREA TESTELOR PARAMETRICE

**CONF.UNIV.DR. ELISABETA R. ROȘCA**  
**UNIVERSITATEA “ȘTEFAN CEL MARE” SUCEAVA**  
**Str. Universității, Nr. 1, Suceava, RO-720225, ROMANIA**  
**Tel: 0230-216147-295, e-mail: [rosca@fim.usv.ro](mailto:rosca@fim.usv.ro)**

*The paper „Aspects concerning the Application of Parametric Tests” contains a definition of the statistical inference, specifies the content of the two types of inferences: estimation and hypothesis testing. Are presented some examples of practical using of the hypothesis testing and the way in which this theory are applied, generally and in the testing of mean of a sample. So, the hypothesis testing supposes the following steps: the establishing null and alternative hypothesis, the determination of statistical test, the establishing of value of significance levels  $\alpha$  and select the rejection region, the computing of value of statistic test, the drawing of conclusion concerning the accept or reject the null hypothesis.*

În cercetarea statistică există numeroase cazuri în care se recurge la studierea unei părți din colectivitatea totală, întrucât cercetarea colectivității în ansamblu este prea costisitoare. Cercetarea prin sondaj presupune introducerea conceptului de *inferență statistică*, reprezentând, în sens general, deducerea unor informații privind populația folosind datele de sondaj. Acest lucru este posibil atâta timp cât proprietățile populației pot fi descrise pe baza parametrilor, iar tehnica inferenței statistice tratează modul în care se pot obține parametrii populației folosind valorile de sondaj [Bij00]<sup>1</sup>.

În foarte multe analize concrete, parametrii populației nu sunt cunoscuți și calculul lor este dificil, întrucât populația este prea numeroasă. De exemplu, dacă se dorește determinarea venitului mediu anual al unui segment al populației active este imposibil să se cerceteze populația totală, întrucât ea cuprinde un număr mare de unități de cercetare (de exemplu, numărul mediu al salariaților din industrie, în România, în anul 2003 a fost de 1.493 mii persoane<sup>144</sup>). O astfel de cercetare este costisitoare și greu de aplicat și prin urmare, cercetătorii vor trebui să se mulțumească cu un grad de precizie mai scăzut decât 100% și vor recurge la inferența statistică pentru a obține o estimare a valorilor cercetate [Kel88]<sup>2</sup>.

În general, în statistică, se utilizează două tipuri de inferență statistică: estimarea și testarea ipotezelor. În mod curent, toată lumea face *estimări*. Atunci când încercăm să trecem strada, estimăm viteza mașinii care se apropie, distanța dintre noi și mașină și propria noastră viteză de deplasare. Odată făcute aceste estimări rapide, vom decide dacă așteptăm sau trecem strada mergând obișnuit sau alergând. Managerii utilizează estimările, întrucât majoritatea deciziilor sunt luate în condiții de incertitudine. De cele mai multe ori sunt puși în situația de a face estimări rapide, ale căror efecte pot să afecteze organizațiile tot atât de serios ca și decizia noastră de a traversa sau nu strada. Conducătorii universităților fac estimări cu privire la promovarea promoțiilor de studenți. Potențialii cumpărători de imobile fac estimări, fără a avea în vedere caracterul lor științific, dar cu speranța că estimările vor avea o corespondență în realitate [Lev87]<sup>3</sup>. Obiectul estimării îl constituie

---

<sup>144</sup> \* \* \* *Anuarul statistic al României*, INS București, 2004, [www.insse.ro](http://www.insse.ro)

determinarea unei valori aproximative a unui parametru al populației, pe baza valorilor de sondaj. Un *estimator* al unui parametru al populației este o variabilă aleatoare, ce poate fi considerată o funcție a datelor de sondaj. O estimare reprezintă determinarea unei valori specifice a acestei variabile aleatoare. *Testarea ipotezelor*, aceasta este legată de parametrii populației totale. Astfel, datele culese printr-un sondaj statistic sunt prelucrate și rezultatele sunt folosite pentru a testa cât de corect sunt calculați parametrii populației totale. Altfel spus, se poate presupune că un parametru al populației, de exemplu *media*, are o anumită valoare. A testa valabilitatea acestei presupunerii înseamnă a determina diferența dintre valoarea presupusă și valoarea determinată a mediei de sondaj. Ulterior se analizează dacă această diferență este semnificativă, luând în studiu fie diferența, fie valoarea probabilității. Dacă diferența este mică și probabilitatea mare înseamnă că valoarea medie presupusă este corectă și invers. Se poate spune, deci că, în esență, testarea ipotezelor, ca parte a inferenței statistice, este folosită pentru a stabili dacă datele de sondaj susțin o anumită ipoteză în legătură cu populația totală.

Exemple privind acest tip de inferență statistică sunt [Kel88]<sup>4</sup>:

1. societate care deține o cotă de piață de 10% lansează o nouă campanie de publicitate, la sfârșitul căreia societatea dorește să știe dacă rezultatele unui sondaj aleator indică o creștere a cotei de piață;
2. firmă care produce îngrășăminte vrea să știe dacă un nou tip de îngrășământ recent fabricat influențează creșterea productivității terenurilor. Un răspuns la această problemă poate fi obținut comparând rezultatele unui eșantion din producția realizată folosind noul îngrășământ cu un eșantion din producția realizată folosind vechiul îngrășământ.
3. un om politic este interesat să stabilească dacă o nouă lege este asemănător acceptată de bărbați și femei și, în acest caz, cercetarea unui eșantion aleator de bărbați și femei îi poate oferi informația dorită;
4. un turoperator pe piața produselor turistice dorește să știe dacă un produs turistic mai sofisticat determină o creștere a cererii.

Modul în care se poate răspunde la astfel de întrebări rezultă din teoria statistică a testării ipotezelor. Testele privind ipotezele statistice sunt numite *teste parametrice*, întrucât ele testează valoarea unui parametru al populației.

Presupunem ipoteza că valoarea unui parametru al populației totale este  $\theta_0$ , aceasta fiind ipoteza nulă, notată  $H_0$ .

Astfel, există:

$$H_0: \theta = \theta_0 \quad (1)$$

Scopul unui test statistic este acela de a determina dacă un sondaj este suficient sau nu pentru a stabili dacă ipoteza nulă este adevărată. Când există suficiente dovezi în acest sens, atunci poate fi formulată și ipoteza alternativă (contrară), notată  $H_A$ .

Sunt posibile trei forme pentru ipoteza alternativă:

1. când interesează să se stabilească dacă valoarea parametrului nu este egală cu valoarea specificată prin ipoteza nulă, ipoteza alternativă este:

$$H_A: \theta \neq \theta_0 \quad (2)$$

2. când interesează să se stabilească dacă datele de sondaj permit concluzia că valoarea parametrului depășește valoarea  $\theta_0$ , ipoteza alternativă este:

$$H_A: \theta > \theta_0 \quad (3)$$

3. când interesează să se stabilească dacă datele permit concluzia că valoarea parametrului este mai mică decât  $\theta_0$ , ipoteza alternativă este:

$$H_A: \theta < \theta_0 \quad (4)$$

O altă modalitate de formulare a ipotezelor statistice, întâlnită în literatura de specialitate este [Jab98]<sup>5</sup>:

1. se formulează ipoteza nulă  $H_0$ , astfel:

$$H_A: \theta = \theta_0 \quad (5)$$

2. se formulează ipoteza alternativă  $H_A$ , astfel:

$$H_A: \theta \neq \theta_0 \text{ pentru un test bilateral}$$

$$H_A: \theta > \theta_0 \text{ sau } H_A: \theta < \theta_0 \text{ pentru un test unilateral.}$$

De exemplu, dacă parametrul  $\mu$  este nivelul mediu al distribuției unei populații și  $\bar{x}$  este un estimator al acestuia, respectiv nivelul mediu al distribuției unui eșantion, putem testa ipoteza că o valoare  $\bar{x}$  estimează valoarea parametrului  $\mu$ , formulând ipotezele statistice astfel:

1. ipoteza nulă  $H_0$ . Conform teoremei limită centrală (media de selecție poate fi un estimator al mediei populației) se admite:

$$H_0: \mu = \bar{x} \quad (6)$$

2. ipoteza alternativă (contrară)  $H_A$ : o valoare  $\bar{x}$  obținută în eșantion poate fi:

$$H_A: \mu \neq \bar{x}, \text{ pentru un test bilateral}$$

$$H_A: \mu > \bar{x} \text{ sau } H_A: \mu < \bar{x} \text{ pentru un test unilateral.}$$

În testarea ipotezelor, valoarea pentru parametrul populației totale este stabilită sau presupusă înainte de efectuarea sondajului.

Se consideră că se testează ipoteza: “media populației este egală cu valoarea 1.000”, acesta fiind ipoteza nulă.

Deci,

$$H_0 : \mu = 1.000$$

Domeniile de aplicare a testării ipotezelor sunt deosebit de numeroase, regăsindu-se în majoritatea activităților. Astfel, de exemplu, ipoteza nulă considerată pentru activitatea agricolă, medicină, publicitate etc. poate însemna că noul îngrășământ, medicamentul, spotul etc. nu are efect asupra terenurilor, pacienților, clienților potențiali etc.

Se notează media populației în ipoteza nulă  $\mu_{H_0}$ , aceasta însemnând valoarea presupusă a mediei populației. Dacă rezultatele sondajului resping ipoteza nulă se trage concluzia că o altă ipoteză este adevărată și, prin urmare, se acceptă ipoteza alternativă (contrară) formulată anterior.

În exemplu considerat dacă, ipoteza  $H_0 : \mu = 1.000$  este respinsă de rezultatele sondajului se poate formula o altă ipoteză și anume:

1. ipoteza nulă este că “media populației este egală cu 500”:

$$H_0 : \mu = 500$$

2. trei variante posibile ale ipotezei alternative:

$H_A : \mu \neq 500$  (ipoteza alternativă este că media populației nu este egală cu 500);

$H_A : \mu > 500$  (ipoteza alternativă este că media populației este mai mare decât 500);

$H_A : \mu < 500$  (ipoteza alternativă este că media populației este mai mică decât 500).

Scopul testării ipotezelor nu este acela de a verifica valorile determinate din datele de sondaj, ci de a face analiza diferenței dintre valorile de sondaj și valorile presupuse ale parametrilor populației.

Următorul pas, după stabilirea ipotezelor nulă și alternativă, este acela de a determina criteriul ce poate fi folosit pentru a accepta sau respinge ipoteza nulă, care se numește *test statistic*. În cazul testelor parametrice privind ipotezele statistice, acestea se bazează pe cel mai bun estimator al parametrilor. Astfel dacă, de exemplu,  $\bar{x}$  este un estimator pentru  $\mu$ , el va fi, de asemenea, testul statistic în verificarea ipotezelor despre  $\mu$ .

În testarea ipotezelor, se poate accepta sau respinge ipoteza nulă, în favoarea ipotezei alternative. Decizia în acest sens se bazează pe valoarea testului statistic: dacă valoarea testului statistic se localizează într-o zonă de acceptare, se acceptă  $H_0$ . Astfel, pentru a realiza testarea, trebuie să fie stabilită zona de respingere (zona de acceptare cuprinde toate valorile posibile ale testului statistic, care nu se găsesc în zona de respingere). Calculul zonei de respingere depinde de probabilitatea de eroare în formularea concluziilor privind testarea ipotezelor.

Atâta timp cât concluziile trase se bazează pe datele de sondaj, există întotdeauna șansa de a face o eroare din două posibile. Figura 1 prezintă modul în care se acceptă sau se respinge ipoteza nulă, după cum  $H_0$  este adevărată sau falsă. Din figură rezultă că sunt posibile două decizii corecte și anume: se acceptă  $H_0$  când este adevărată și se respinge  $H_0$  când este falsă. De asemenea, sunt posibile două decizii incorecte și anume: se respinge  $H_0$  când este adevărată (aceasta este eroarea de tip I și probabilitatea de a comite o astfel de eroare este  $\alpha$ ) și se acceptă  $H_0$  când este falsă (aceasta este eroarea de tip II și probabilitatea de a comite o astfel de eroare este  $\beta$ ). În testarea ipotezelor statistice, probabilitatea  $\alpha$  este numită *nivel de semnificație*, iar probabilitatea  $1 - \beta$  este numită *puterea testului*.

	$H_0$ este adevărată	$H_0$ este falsă
Se acceptă $H_0$	decizie corectă	Eroare de tip II P (eroare de tip II) = $\beta$
Se respinge $H_0$	Eroare de tip I P (eroare de tip I) = $\alpha$	decizie corectă

**Figura 1. Rezultatele testării ipotezelor**

Sursa: Keller, G., Warrack, B., Bartel, H., *Statistics for Management and Economics. A Systematic Approach*, First Edition, Wadsworth Publishing Company, Belmont, California, p. 233

Cu cât valorile celor două probabilități sunt mai mici, cu atât erorile sunt mai mici, iar între  $\alpha$  și  $\beta$  este o relație inversă. Astfel, pentru un volum dat al sondajului, orice descreștere a lui  $\alpha$  determină o creștere a lui  $\beta$ . Valorile lui  $\alpha$  sunt selectate de cercetător și se dau sub formă de procente între 1 și 100%.

În concluzie, se poate spune că testarea ipotezelor presupune parcurgerea următoarelor etape [Kel88]<sup>6</sup>, [Jab98]<sup>7</sup>: se stabilește ipoteza nulă și ipoteza alternativă; se stabilește testul statistic; se stabilește valoarea nivelului de semnificație  $\alpha$  și se selectează zona de respingere; se calculează valoarea testului statistic; se trage concluzia privind acceptarea sau respingerea ipotezei  $H_0$ .

O problemă importantă în teoria testării ipotezelor statistice o reprezintă semnificația și modalitatea de calcul a *erorilor de tip I și II* [Lof88]<sup>8</sup>. Apare problema: cum se poate determina combinația optimă între erorile de tip I și II? Două considerente trebuie avute în vedere, în această situație și anume: caracterul negativ al erorilor și posibilitatea erorilor de a fi măsurate.

În concluzie, testarea ipotezelor poate fi caracterizată prin următoarele aspecte: este una din procedurile specifice procesului de luare a deciziilor; în situațiile tipice de luare a deciziilor există patru efecte posibile: două stări reale posibile, combinate cu două decizii posibile (două dintre aceste efecte sunt răspunsuri corecte, iar două sunt erori) etc.

## Bibliografie

- [Bij00] Biji, E. M., Lilea, E., Roșca, R. E., Vătui, M., *Statistică aplicată în economie*, Editura UNIVERSAL DALSI, București, 2000, p. 241
- [Kel88] Keller, G., Warrack, B., Bertel, H., *Statistics for Management and Economics. A Systematic Approach*, First Edition, Wadsworth Publishing Company, Belmont, California, p. 204
- [Lev87] Levin, I.R., *Statistics for Management*, Fourth Edition, Practice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, p. 320

4. [Kel88] Keller, G., Warrack, B., Bertel, H., lucr. cit., p. 232
5. [Jab98]Jaba, E., *Statistică*, Editura Economică, București, p. 294
6. [Kell88] Keller, G., Warrack, B., Bertel, H.,lucr. cit., p. 233
7. [Jab98]Jaba, E., lucr. cit., p. 295
8. [Lof88]Loftus, R. G., Loftus, F. E., *Essence of statistics*, Second Edition, Alfred A. Knopf, Inc., New York, 1988, p. 159