

ALEGEREA OPTIMĂ A VARIANTELOR DE DESFACERE A PRODUCȚIEI

LECT.UNIV.DR. ELENA DRUICĂ
Universitatea din București,
str. Calea Văcărești nr. 185, sector 4, București
Tel. 0723.309.350, elenadruica@yahoo.com

Based on a model that characterizes the financial market and adopted by intervening with additional hypothesis, I will try to answer the following question: “Which is the most favorable distribution of the production to the finite number of choices - which we are going to call markets - so that the producer will obtain either a profit pre-established at the lowest risk possibly taken, or the maximal gain at a certain risk?”

Maniera în care un producător alege să trimită pe piață bunurile, depinde de o serie întreagă de factori dintre care am putea aminti aici: natura bunului, destinația sa, posibilitățile și opțiunile producătorului în a stabili legătura cu beneficiarii, reputația firmei etc. Producătorul poate fi vânzător direct, cu amănuntul, poate avea parteneri care cumpără un anumit nivel al producției, bine stabilit, sau parteneri a căror cerere pentru produs se situează într-un interval fluctuant. În oricare dintre cazuri există un potențial mai mare sau mai mic de manifestare a riscului ca producția să nu fie vândută integral într-o perioadă de timp fixată, sau ca vânzarea ei să nu se realizeze în condițiile unui preț favorabil producătorului.

Ne vom limita pentru moment la situația în care fabricantul deține sau intenționează să dețină o producție de nivel q pe care o poate distribui către n variante notate de noi cu V_1, V_2, \dots, V_n , $n \in \mathbf{N}$, $n \geq 1$. Către fiecare dintre aceste direcții, producătorul ar putea să trimită cantitățile q_1, q_2, \dots, q_n care trebuie să satisfacă o primă condiție restrictivă,

$$q_1 + q_2 + \dots + q_n = q \quad (1)$$

Vom considera că alocarea producției se poate face în oricare cantitate, deci că bunul produs este divizibil. Condiția este esențială deocamdată pentru corectitudinea modelului formal, dar nu este indispensabilă aplicării lui în practică.

Diferențele de comportament, de interese, de preferințe și priorități ale diverșilor parteneri, particularitățile fiecărei piețe, tipurile de influențe pe care le suportă acestea sunt doar câteva elemente care pot genera rezultate surprinzătoare pentru producător, în procesul de desfăcere a bunului produs. Se poate pune problema modului în care trebuie repartizată cantitativ producția către cele n variante, dar nu există o certitudine cu privire la rezultat. Fabricantul poate ști doar rezultatul pe care și-ar dori să-l obțină și eventual valorile medii de rentabilitate pe care i le oferă fiecare dintre variante odată ce s-a determinat distribuția de probabilitate a rentabilității. Problema pe care dorim să o rezolvăm se poate rezuma

astfel: „Care este repartizarea optimă a producției către cele n variante, pe care le vom numi – mai general – piețe, astfel încât întreprinzătorul să obțină fie o rentabilitate dinainte stabilită la cel mai mic risc posibil, fie un maxim de rentabilitate pentru un risc dat?” Aceasta conduce, evident, la analiza medie – varianță a cărei aplicare corectă în acest context necesită o serie de modificări aduse unor elemente legate de formarea prețului pe piață pentru bunul produs.

În continuare vom defini cota din disponibilitatea inițială CT (costul total) alocată procesului de producție care are ca destinația piața i , prin

$$\omega_i = \frac{CT_i}{CT}, \quad i = \overline{1, n} \quad (2)$$

Mărimile ω_i pot fi influențate doar de către producător, conform cu condițiile pe care le poate observa pe fiecare piață, cu informațiile deținute și în funcție de percepția lui asupra acestui ansamblu. Va trebui să fim de acord cu faptul că în condițiile unui mediu concurențial și în contextul restricțiilor bugetare ale consumatorilor, producătorul nu poate influența decisiv prețul acceptat pe piață pentru bunul trimis spre vânzare. Eventualele fluctuații ale cantității pe care o oferă nu au forța să genereze creșteri sensibile ale prețului, întreprinzătorul având putere de influență doar în sensul deciziei de scădere a lui – dacă lucrul acesta este cu adevărat necesar. Dacă nu există alte interese de conjunctură, un producător va face tot posibilul să obțină venitul maxim posibil din vânzarea fiecărei unități de bun, prin urmare în condiții normale modificarea prețului pe piață are cauze externe afacerii. Privită din această perspectivă, rentabilitatea care rezultă din vânzarea unei unități de bun, la care ne vom referi ca la rentabilitate unitară, devine egală pe piața i cu:

$$R_i = \frac{p_i - c_u}{c_u}, \quad i = \overline{1, n} \quad (3)$$

Dacă nu apar modificări importante ale prețului p_i , s-ar putea crede că producătorul poate conta pe o rentabilitate relativ stabilă care asigură la rândul ei confortul unor estimări corecte pentru veniturile brute obținute din vânzări. O astfel de descriere, deși deseori utilizată de teoreticieni, are neajunsul de a nu include un element esențial și anume posibilitatea deloc de neglijat ca acea unitate de bun, pentru care s-a calculat rentabilitatea unitară, de fapt să nu se vândă deloc în intervalul de timp dorit de producător. Atingem acum un element subtil care este, de fapt, cheia întregului fundament al modelului ce va urma. Vom avea curajul să eliminăm complet posibilitatea de nevânzare a unității de bun și vom spune că vânzarea este perfect posibilă, dar la un alt preț – evident mai mic, poate chiar mult mai mic decât prețul dorit. Rămâne doar o problemă de opțiune a producătorului dacă disponibilizează produsul în aceste condiții sau dacă așteaptă un moment prielnic pentru aceasta. Cineva ar putea să argumenteze că există produse care nici nu se vând în termenul stabilit, nici nu pot aștepta un moment prielnic pentru că au grad mare de perisabilitate și uneori nu mai pot fi folosite nici ca ingrediente pentru fabricarea altor bunuri. Suntem perfect de acord, dar asta nu încalcă în nici un fel postulatul nostru: situația descrisă este echivalentă cu „vânzarea” la preț egal cu zero. Riscăm să mergem chiar mai departe, deranjând poate anumite tradiții despre modul în care este perceput prețul și spunem că în măsura în care o unitate de bun nevândută ocazional costuri suplimentare celor de producție (de stocare, de transport și re – transport, de curățenie etc), atunci prețul

ei poate fi chiar negativ. Nu vedem nimic rău în a accepta o astfel de abordare, reală și extrem de utilă, atâta vreme cât specialiștii în domeniul finanțelor operează nestingheriți nu doar cu rentabilități negative, ci și cu capital negativ corespunzător activelor de împrumut.

Prin urmare, odată ce acceptăm că bunul se poate vinde, acceptăm că prețul devine o variabilă aleatoare de o natură particulară. Ea va reflecta, de fapt, modul în care este „cotat” produsul: mai exact, ea va arăta pe baza relației cerere – preț cât ar obține producătorul din vânzarea bunului dar fără să fie obligat în vreun fel să vândă. Rentabilitatea unitară pe care am definit-o în (3) înglobează astfel toată informația necesară pentru a putea stabili rezultatele pe care le *poate* obține producătorul pe piața i . Nu trebuie să uităm nici o clipă faptul că prețul, în modelul nostru, nu este cel afișat pe eticheta produsului ci cea „cotare” pe care i-o putem atribui în ipoteza unei vânzări sigure a unității de bun, în strânsă legătură cu cererea agregată a consumatorilor individuali, reflectând nevoile, preferințele dar și constrângerile lor bugetare.

Să trecem, prin urmare, la formalizarea modelului și să considerăm că producătorul dispune de n piețe de desfacere pentru bunul produs, toate implicând un anumit grad de risc din punct de vedere al rentabilității unitare, adică vom accepta că aceste rentabilități sunt variabile aleatoare pe care le vom nota ca și până acum cu R_i , $i = \overline{1, n}$. Se vor putea determina valorile lor medii și dispersiile (ca măsuri ale riscului) și covarianțele. Vom nota, de asemenea: m = vectorul rentabilităților unitare medii, ω = vectorul ponderilor alocate celor n piețe, Σ = matricea de varianță – covarianță. Este de observat că ponderile trebuie să satisfacă restricția:

$$\omega_1 + \omega_2 + \dots + \omega_n = 1 \quad (4)$$

Pentru moment, această constrângere bugetară a producătorului va fi singura restricție la care ne vom opri și vom accepta ca o condiție teoretică posibilitatea ca întreprinzătorul să poată alocă spre orice piață o sumă oricât de mică din totalul CT, deci că poate trimite o producție oricât de mică spre oricare dintre cele n piețe. În plus, în funcție de oportunitățile de moment, de capacitatea sa de producție și de opțiunea producătorului, putem accepta că acesta se poate împrumuta pe termen scurt de capital pentru a trimite pe o piață sau alta mai multe bunuri decât și-ar permite din banii proprii. Aceasta înseamnă că putem accepta și valori negative pentru una sau mai multe ponderi ω_i , păstrând în același timp condiția (4).

Pentru o alocare ω a producției și pentru rentabilitățile așteptate (medii) m , rentabilitatea

medie a repartizării este $m_\omega = \sum_{i=1}^n \omega_i m_i$. Dispersia (varianța sau riscul) repartizării este:

$$\sigma_\omega^2 = \sum_{i=1}^n \omega_i \omega_j \sigma_{ij} .$$

Analiza medie – varianță pe care o vom dezvolta în continuare își are originile în anul 1952, în lucrările lui H. Markowitz și a fost inițial îndreptată către studiul portofoliilor de investiții. Genialitatea lui Markowitz nu a fost în inventarea instrumentalului matematic utilizat, binecunoscut ingredient al tehnicilor teoriei probabilităților, ci în stabilirea conexiunii dintre latura matematică și aplicarea ei practică. Ceea ce vrem să subliniem este faptul că în acest moment dorim să extindem această aplicabilitate într-o sferă care până

acum nu a beneficiat o astfel de abordare, fără să avem pretenția că instrumentele teoretice ne aparțin. Ipoteza esențială de care avem nevoie pentru exprimarea concluziilor ce rezultă din analiza medie – varianță este aceea că producătorul va alege repartizarea producției doar din punct de vedere al celor două mărimi urmărite, media și dispersia, el considerând optimă o repartizare în unul dintre cazurile:

- 1) Repartizarea aduce cea mai mare rentabilitate așteptată pentru un nivel dat al riscului.
- 2) Repartizarea este supusă celui mai mic risc posibil, pentru un nivel dat al rentabilității așteptate.

O repartizare care îndeplinește aceste criterii de optim o vom numi eficientă medie – varianță, iar mulțimea tuturor repartizărilor de acest tip va purta numele de *frontieră eficientă*, ales în mod natural după modelul similar din teoria portofoliului.

Să ne ocupăm în continuare de repartizări de risc minim, adică acelea care, pentru o rentabilitate medie (anticipată) stabilită și notată aici cu R au cea mai mică dispersie posibilă. Vom avea nevoie să impunem condiția ca matricea de varianță – covarianță să fie pozitiv semidefinită, adică $\omega^t \Sigma \omega > 0, (\forall) \omega \in \mathbb{R}^n - \{0_{\mathbb{R}^n}\}$, fapt care ne va permite să ne bazăm pe proprietatea lui Σ de a fi inversabilă, inversa ei fiind de asemenea pozitiv semidefinită și, în plus, că rentabilitatea nici unei piețe nu poate fi exprimată ca o combinație liniară de rentabilitățile celorlalte piețe, deci nici o piață nu este redundantă. Vom avea nevoie, de asemenea, să introducem notațiile $1_{\mathbb{R}^n} = (1, 1, \dots, 1)$:

$$\begin{cases} A = 1_{\mathbb{R}^n}^t \Sigma^{-1} 1_{\mathbb{R}^n} \\ B = 1_{\mathbb{R}^n}^t \Sigma^{-1} m = m^t \Sigma^{-1} 1_{\mathbb{R}^n} \\ C = m^t \Sigma^{-1} m \end{cases}$$

În aceste condiții, din calcule rezultă forma finală pentru repartizarea eficientă și anume:

$$\omega = \frac{C - BR}{D} \Sigma^{-1} 1_{\mathbb{R}^n} + \frac{AR - B}{D} \Sigma^{-1} m \quad (5)$$

Caz particular: Să luăm în calcul existența a trei piețe spre care producătorul își poate trimite bunul rezultat ca urmare a unui proces de producție cu cheltuială inițială CT. Studiile arată că rentabilitățile la care se poate aștepta pentru fiecare din aceste piețe sunt următoarele: $m_1 = 8\%, m_2 = 6\%, m_3 = 20\%$.

Matricea de varianță – covarianță este dată: $\Sigma = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & 9 \end{pmatrix}$. Obținem:

$$A = \frac{81}{63}, B = \frac{654}{63}, C = \frac{5968}{63}, D = \frac{55692}{63^2}, \text{ deci } \omega = \frac{5968 - 654R}{55692} \begin{pmatrix} 63 \\ 15 \\ 3 \end{pmatrix} + \frac{81R - 654}{55692} \begin{pmatrix} 504 \\ 76 \\ 74 \end{pmatrix}.$$

Să presupunem acum că întreprinzătorul ar dori să obțină o rentabilitate de 9% pentru ansamblul producției repartizate către cele trei piețe. Înlocuim $R = 9$ și obținem:

$$\omega = \frac{82}{55692} \begin{pmatrix} 63 \\ 15 \\ 3 \end{pmatrix} + \frac{75}{55692} \begin{pmatrix} 504 \\ 76 \\ 74 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,77 \\ 0,125 \\ 0,105 \end{pmatrix}$$

În concluzie, pentru a atinge rentabilitatea medie pe ansamblul desfacerii, pe prima piață trebuie trimis echivalentul producției a 77% din costul total, pe a doua piață 12,5% și pe a treia doar 10%. În aceste condiții, producătorul va avea șanse să obțină rentabilitatea dorită cu minim de risc.

Forma explicită a cazului particular prezentat ne este de ajutor și în altă direcție, pe care am fi observat-o cu greu dacă ne păstrăm în parametri generali. Spuneam că ponderile ω_i pozitive sunt asociate situației în care cheltuielile inițiale se fac doar din capitalul deținut de producător și nu din vreun capital de împrumut. În exemplul nostru, un calcul simplu arată că ponderile sunt pozitive și riscul minim în condițiile în care rentabilitatea medie fixată de întreprinzător se situează între 7,56% și 10,896%. Orice altă rentabilitate care depășește această valoare de aproximativ 11% nu se poate atinge utilizând doar banii proprii, decât eventual violând condiția riscului minim.

Analiza medie – varianță pe care am utilizat-o în modelul precedent este elegantă și simplă, oferind explicații intuitive pentru o serie de fenomene cu care producătorul de bunuri destinate consumului se confruntă permanent. Cu toate acestea, trebuie să recunoaștem că este doar primul pas dintr-un ansamblu de studii care vor trebui elaborate, pentru a face din piața bunurilor de consum un segment și mai bine fundamentat teoretic. Analiza medie – varianță se oprește, de cele mai multe ori, la modele statice care pot ajuta producătorul în faza inițială a procesului de desfacere sau în faza de decizie asupra cantității produse în funcție de cerere și de condițiile interne firmei, dar nu permite ca instrument teoretic ajustări pe parcurs ale repartizării asupra cărora s-a decis. Este absolut necesară trecerea către modele dinamice de analiză, așa cum Merton (1973, 1992) a elaborat în materie de teoria portofoliilor de investiție. De asemenea, intuim că în perioada următoare vom putea conta pe modele care să determine variabila aleatoare preț în acel sens, oarecum atipic, în care am utilizat-o în prezentarea noastră. În orice caz, ne-am dorit să punem în evidență faptul că nu doar activele financiare pot fi abordate prin prisma teoriei probabilităților și că o schimbare de optică asupra unor alte piețe poate aduce elemente de o mare importanță în practica afacerilor.

Bibliografie

1. Gogoneață Basarab, *Economia riscului și incertitudinii*, Editura Economică, București, 2004
2. Hirschey M., Pappas J., *Fundamentals of Managerial Economics*, The Dryden Press, 1995
3. Hofmann D. Laurence, *Calculus for Business, Economics and the Social and Life Science*, Third Edition, McGraw – Hill Book Company, 1986
4. *International Risk Management institute*, Dallas: www.irmi.com
5. *The Institute of Risk Management*, London: www.theirm.org;