DIMENSIUNEA DE CORELAȚIE – MĂSURĂ A HAOSULUI ÎN SISTEMELE ECONOMICE

ASIST. UNIV. DRD. SBUGHEA CORINA
Universitatea „Dunărea de Jos”, Facultatea de Ştiințe Economice şi Administrative,Galați, Str.N. Bălcescu, nr.59-61, Tel.0740874956, sbughea@yahoo.com

Abstract: Chaos has captured the attention of many macroeconomists and financial economists. The attractiveness of chaotic dynamics is its ability to generate large movements which appear to be random, with greater frequenchis than linear models. What exactly is chaos and how is it related to nonlinear dynamics? How does one detect chaos? Is there chaos in financial markets? In this paper we tried to explore these issues.

1.Introducere

În filosofie, există trei şcoli principale de gândire în privința haosului. Prima şcoală se bazează pe teoriile orientale şi vede haosul ca un principiu aducător al echilibrului. A doua şcoală se bazează pe teoriile creştine şi iudaice şi vede haosul ca un rezultat al încălcării legii divine şi ca o metodă de pedepsire. A treia şcoală se bazează pe ideile filosofilor greci antici şi a lui Nietzsche şi consideră haosul ca o parte integrantă a creativității, libertății şi dezvoltării.

Conform teoriilor lui Newton, asa cum ele sunt interpretate de Laplace, realitatea este **deterministă**. În concepția deterministă, toate evenimentele de pe parcursul timpului au fost fixate din momentul “creației”. Adepții acestei teorii sunt, din punct de vedere teologic, calvinistii, iar din punct de vedere ştiințific, susținătorii teoriei “bing bang”. Dacă sunt cunoscute condițiile inițiale, viitorul poate fi prognozat cu mult înainte. În anul 1776, Laplace spunea: “Starea prezentă a unui sistem din natură este în mod evident o consecință a ceea ce a fost în momentul precedent, şi dacă considerăm ca poate exista o (ființă) inteligentă, care la un moment dat este conştientă de toate relațiile dintre entitățile din univers, ea poate determina poziția, mişcarea şi efectele tuturor acestor entități în orice moment din trecut sau din viitor”. În 1903, matematicianul Henri Poincare, care studia mişcarea planetelor, a revizuit concepția privind natura deterministă a fenomenelor: “Se poate întampla ca diferențe mici în condițiile inițiale să producă diferențe foarte mari în acest fel într-un fenomen. O mică eroare în condițiile inițiale poate conduce la o eroare enormă în condițiile finale. În acest caz, predicția fenomenului devine imposibilă”.

Apoi au apărut teoriile mecanicii cuantice, care acceptau incertitudinea şi nedeterminismul, pe care nici chiar Einstein nu îl accepta, spunând că „Dumnezeu nu aruncă cu zarul” şi că „orice efect are o cauză”. Consecința acestei afirmații era că, dacă nu se poate controla cauza, nu se poate controla efectul.

În timp, lent, s-a ajuns la concluzia că cele mai multe sisteme naturale sunt caracterizate prin evoluție aleatoare locală şi determinism global (care dă legile naturale).

Un sistem evolutiv nu trebuie numai să supraviețuiască şocurilor aleatoare ci şi să absoarbă aceste şocuri pentru a-şi îmbunătăți funcționarea când este cazul. În 1987, West si Goldberger au postulat că structurile fizice fractale sunt generate de natură pentru că acestea sunt mai tolerante la erori decât structurile simetrice.

Un sistem haotic este definit prin:

1. Neliniaritate;
2. Traiectorii – “strange atractors”.

Conform teoriei haosului sistemele haotice sunt:

- deterministe – aceasta înseamnă că există anumite ecuatii deterministice care le guverneaza comportarea;

- senzitive la condițiile inițiale, chiar şi o schimbare foarte mică în condițiile inițiale poate conduce la rezultate foarte diferite;
- sistemele haotice nu au o evoluție aleatoare şi nici dezordonată.

2. Haosul în sistemele economice

Haosul este un proces neliniar determinist care pare a fi aleatoriu şi e interesant de studiat din mai multe motive.

În literatura ciclurilor economice sunt prezentate două modalități de generare a fluctuațiilor. În modelele seriilor de timp Box-Jenkins, economia se află într-un echilibru stabil, dar e constant perturbată de şocuri externe (războaie, calamități). Comportamentul dinamic al economiei apare ca rezultat al acțiunii acestor şocuri exogene. În modelele haotice de creştere, economia urmează o dinamică neliniară, care se autogenerează la nesfârşit. Faptul că fluctuațiile sunt generate endogen e mai degrabă intuitiv, cum de asemenea e şi faptul că dinamicile haotice sunt în mod necesar neliniare.

Cel mai important motiv pentru care ne interesează dinemicile haotice este faptul că acestea ar putea fi cauza fluctuațiilor din sistemele economice şi mai ales de pe piețele financiare care care par a fi procese aleatoare. De aceea e necesar să detectăm prezența comportamentului haotic, dar numai a comportamentului haotic de complexitate redusă. Dacă sistemele reale sunt într-adevăr guvernate de procese haotice de complexitate mare, nu vom reuşi niciodată detectarea haosului, utilizând serii finite de date. În acest caz nu putem face diferența dintre un proces haotic determinist şi un proces aleatoriu. Dar dacă acceptăm că sistemele reale sunt conduse de procese haotice de o complexitate redusă, am putea obține predicții pe termen scurt.

O metodă de testare ar fi observarea modului în care sistemele haotice umplu spațiul de stare. Un proces haotic poate umple spațiul n-dimensional, dar poate lăsa „goluri" mari în spațiul n+1-dimensional. Aceste observații grafice nu sunt însă practice pentru spații de dimensiuni mari.

3. Dimensiunea de corelație

Noțiunea de dimensiune de corelație a fost introdusă şi dezvoltată de Grassberger şi Procaccia. Metoda de determinare a dimensiunii de corelație prezentată de aceştia presupune parcurgerea unei secvențe de paşi, dar în prealabil este necesară eliminarea autocorelării din seria de date, dacă există.

Astfel se construiesc vectori n-dimensionali pe baza datelor filtrate, prin metoda întârzierilor:

$$\begin{gathered} x_t^1 = x_t \\ x_t^2 = (x_{t-1}, x_t) \\ \ldots\ldots \\ x_t^n = (x_{t-n+1}, \ldots, x_t) \end{gathered} \tag{1}$$

Un vector n-dimensional reprezintă un punct în spațiul n-dimensional, unde n este dimensiunea de includere. Se calculează apoi suma de corelație:

$$C_n(\varepsilon) = \lim_{T\to\infty}\{(t,s), 0 < t, s < T : \left\| x_t^n - x_s^n \right\| < \varepsilon\} / T^2 \tag{2}$$

unde $\| \; \|$ este fie norma euclidiană, fie norma Takens, măsurând distanța dintre cele 2 puncte.

Pasul următor al algoritmului constă în determinarea pantei graficului lui $\log C_n(\varepsilon)$ ca funcție de $\log(\varepsilon)$, pentru valori mici ale lui ε:

$$v_n = \lim_{t\to 0} \log C_n(\varepsilon) / \log \varepsilon \tag{3}$$

Dacă v_n nu creşte odată cu n, datele pot fi considerate a avea un comportament haotic.

Dimensiunea de corelație definită de Grassberger-Procaccia este:

$$v = \lim_{n\to\infty} v_n \tag{4}$$

De exemplu pentru modelul „tent map”, care generează seria de date $\{x_t\}$, pe baza regulii:

(5)
$$x_t = \begin{cases} 2x_{t-1}, ptr.x_{t-1} < 0.5 \\ 2(1-x_{t-1}), ptr..x_{t-1} \geq 0.5 \end{cases}$$

şi pentru valori mici ale lui ε:

(6)
$$v_1 = \log C_1(\varepsilon)/\log\varepsilon = 1$$

ceea ce înseamnă că seria de date e uniform distribuită pe intervalul [0,1].

Dar dacă se recurge la vectori bidimensionali prin metoda întârzierilor, aceştia nu umplu spaţiul [0,1]x[0,1], ci toate aceste puncte se concentrează grafic sub forma unui cort.

Pentru valori mici ale lui ε, $C_2(\varepsilon)$ se dublează dacă ε se dublează, ceea ce înseamnă că raportul v_2 este 1. Relaţia rămâne valabilă pentru ∀n:

(7)
$$v_n = \log C_n(\varepsilon)/\log\varepsilon = 1$$

ceea ce înseamnă că dimensiunea de corelaţie pentru modelul « tent map » este 1.

Dacă însă se consideră o serie aleatoare uniform distribuită pe intervalul [0,1] :

(8)
$$\begin{aligned} v_1 &= \log C_1(\varepsilon)/\log\varepsilon = 1 \\ v_2 &= \log C_2(\varepsilon)/\log\varepsilon = 2 \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots \\ v_n &= \log C_n(\varepsilon)/\log\varepsilon = n \end{aligned}$$

Deci pentru procesele aleatoare, dimensiunea de corelaţie v este ∞.

4. Statistica BDS

Scheinkman şi LeBaron, utilizând metoda introdusă de Grassberger şi Procaccia au calculat dimensiunea de corelaţie pentru seria de date a randamentelor săptămânale a acţiunilor, găsind panta $\log C_n(\varepsilon)/\log(\varepsilon)$ în jurul valorii 6, chiar şi pentru vectori de dimensiuni mari, de până la 25.

Aceştia au atras atenţia asupra unor probleme ce apar în aplicarea acestei metode:

- unele modele stohastice neliniare, cum ar fi modelele ARCH, prezintă dependenţe similare celor ce apar în graficele sistemelor haotice;
- nu e posibil de verificat dacă un proces are dimensiunea de corelaţie ∞, utilizând un număr finit de date;
- de asemenea Ramsey şi Yuan au arătat că panta graficului $\log C_n(\varepsilon)$-$\log(\varepsilon)$ este deplasată în jos, chiar şi pentru serii date de până la 2000 de observaţii, ceea ce e în favoarea detectării haosului chiar şi atunci când nu există;
- metoda grafică nu e un test statistic în sine.

Pentru a depăşi aceste probleme, Brock, Dechert şi Scheinkman au dezvoltat un test statistic-testul BDS.

Dacă se consideră $\{x_t\}$, t=1,…,T, o serie de date uniform şi identic distribuite, atunci:

(9)
$$C_n(\varepsilon)=C_1(\varepsilon)^n$$

$C_n(\varepsilon)$ şi $C_1(\varepsilon)$ pot fi estimate prin $C_{n,T}(\varepsilon)$ şi $C_{1,T}(\varepsilon)$ arătând că:

(10)
$$W_{n,T} = \sqrt{T}[C_{n,T}(\varepsilon) - C_{1,T}(\varepsilon)^n]/\sigma_{n,T}(\varepsilon)$$

are la limită o distribuție normală.

Dacă o serie e liniară dar autocorelată, atunci testul ar trebui să respingă ipoteza nulă H_0: x_t sunt uniform şi ientic distribuite.

În practică testul BDS e aplicat reziduurilor modelului linir filtrat, neexistând nici un inconvenient în ceea ce priveşte parametrul utilizat. Inconveniența apare atunci când erorile sunt heteroscedastice. Deoarece testul BDS e utilizat pentru a testa neliniaritatea stohastică sau deterministă, este necesar să se înlăture componenta liniară a seriei de date înaintea aplicării testului. Pentru aceasta se construişte un model AR(p) pentru x_t , utilizând criterii cum ar fi AIC şi BIC (Akaike's Information Criterion sau Bayesian Information Criterion). Dacă a fost înlăturată componenta liniară, respingerea ipotezei nule corespunde prezenței neliniarității în seria de date, dar nu implică neaparat prezența haosului. Ceea ce înseamnă că testul BDS e util pentru diferențierea proceselor stohastice liniare de cele neliniare, dar nu poate fi utilizat singur pentru diferențierea haosului determinist de procesele stohasice. Pe lângă problema alegerii unei valori ε adecvate, respingerea ipotezei nule H_0 pote fi cauzată de dependențele dintre valorile seriei x_t sau de neliniaritatea stohastică a seriei de date.

5. Concluzii

Progresele făcute în dezvoltarea metodelor matematice utilizate pentru sistemele neliniare au adus un plus de cunoaştere în domeniul economic. Din punct de vedere teoretic este clar că dinamicile economice pot deveni complicate chiar şi într-un mediu benign, iar din punct de vedere practic, această abordare a dus la dezvoltarea de noi instrumente pentru testarea dependenței în seriile de date.

Direcțiile de cercetare în acest moment e important să se concentreze pe construirea unor modele care combinând serii aleatoare de mici dimensiuni cu dinamici neliniare să poată reconstitui unele aspecte economice reale sau seriile de timp financiare.

Bibliografie:

1. Barkley Rosser J.Jr., -"On The Complexities Of Complex Economic Dynamics", The Journal Of Economic Perspectives, No. 4, 1999
2. Mitra T., Sorger G. – "Rationalizing Policy Functions By Dynamic Optimization", Econometrica, No.2, 1999
3. Rump C. M., Stidham S. Jr. – "Stability and Chaos in Input Pricing for a Service Facility with Adaptive Customer Response to Congestion**",** Management Science, No.2,1998