

TEORIA JOCULUI

LECT. UNIV. DRD. ALEXANDRU CONSTANGIOARĂ

Universitatea din Oradea, Facultatea de Științe Economice, Catedra de Management & Marketing

Abstract: Game theory is the study of how optima strategies are formulated in conflict. Because of the mathematical complexity of game theory, this module was limited to two persons and zero sum games. A two person game allows only two people or two groups to be involved in the game. Zero sum means that the sum of the losses of one player must equal the sum of the gains of the other player. The overall sum of the losses and gains for both players must thus equal zero. Depending on the actual payoff in the game and the size of the game, a number of solution techniques can be used. In a pure strategy game, strategies for the players can be obtained without making any calculations. When there is not a pure strategy, also called a saddle point, for both players, it is necessary to use other techniques, such as the mixed strategy approach, dominance and a computer solution for games larger than 2x2.

În lumea afacerilor de azi competiția joacă un rol foarte important. Strategiile adoptate de indivizi sau organizații pot afecta profund cursul și rezultatul propriilor noastre decizii. În industria constructoare de autovehicule, de exemplu, strategia introducerii unor noi opțiuni de către unul dintre competitori va afecta profitabilitatea tuturor competitorilor de pe piață. În lumea afacerilor de azi nu pot fi luate decizii fără considerarea răspunsului celorlalte firme de pe piață.

Teoria jocului oferă o posibilitate de analiză a impactului deciziilor celorlalți asupra propriilor decizii și rezultatele aferente. Un Joc este un concurs care implică participarea a doi sau mai mulți participanți, numiți jucători, fiecare dintre ei dorind să câștige. Teoria jocului ne arată cum să alegem strategii optime într-un conflict.

Pionerii acestei teorii pot fi considerați John von Neumann și Oscar Morgenstern prin lucrarea "Theory of games and economic behavior". Inițial teoria jocului a fost utilizată în planificarea strategiilor în cel de al doilea război mondial. De atunci Teoria Jocului a fost folosită în numeroase situații implicând negocierile sindicale, de afaceri sau de altă natură.

Teoria Jocului continuă să fie importantă și astăzi. În 1994 John Harsanyi, John Nash și Reinhard Selton au primit premiul Nobel în economie pentru contribuția lor la dezvoltarea Teoriei Jocului. Nash a dezvoltat conceptul de echilibru Nash ca și celebra situație de negociere care de asemenea îi poartă numele, reperate Teoriei moderne a Jocului.

Modelele de Jocuri pot fi clasificate după numărul de jucători, numărul alternativelor avute în vedere de fiecare dintre jucători ca și rezultatul net al jocului. Din cauza complexității aparatului matematic implicat, prezenta lucrare se va limita la studiul Jocurilor de sumă zero cu doi jucători. Un joc de doi jucători, așa cum îi spune și numele, este acel joc care implică doar două părți, ca de exemplu negocierile bipartite între sindicate și patronat. Pentru simplitate vom nota cei doi jucători cu X și Y. Jocurile "de sumă zero" sunt acele jocuri în care pierderile suferite de un jucător sunt egale cu câștigurile celui alt. Astfel, dacă X câștigă \$20, Y va pierde \$20. Însumând toate câștigurile și pierderile celor doi jucători, rezultatul va fi întotdeauna nul, motiv pentru care și acest tip de joc se numește "de sumă zero".

Teoria Jocurilor deseori asumă că pentru ca una dintre părți să câștige cealaltă trebuie să piardă (strategie win-lose) În industria auto, de exemplu, producătorii acordă deseori discounturi care le aduc câștiguri, în detrimentul celorlalți concurenți. Cu toate acestea, o strategie win-lose prezintă dezavantajul că este repede contracarată de concurenți. În cazul de față concurenții pot și ei acorda discounturi, ceea ce va anula avantajul inițial deținut de producătorul nostru. Prin urmare, pe termen lung, o strategie win-lose se va transforma într-o strategie lose-lose, în care ambele părți vor pierde –

În cazul exemplului nostru datorită reducerii profitabilității concurenților prin reducerea veniturilor datorită discounturilor acordate. Prinschimbând termenilor jocului este posibil să se găsească strategii de care să beneficieze toate părțile implicate – aceasta fiind soluția rațională la orice situație care implică mai multe părți. Învățând acest lucru, GM a lansat un credit card ingenios: cardul putea fi folosit la cumpărături pe întreaga perioadă a anului, în schimbul unei dobânzi similare cu cea a altor produse de credit. Dar deținătorul unui astfel de card putea beneficia de un discount la cumpărarea unei mașini marca GM egal cu valoarea a 5% din creditele angajate pe parcursul anului. În acest fel prețurile mașinilor noi vândute nu a mai avut practic de suferit – discounturile acordate erau acoperite din dobânzile percepute pentru creditele acordate. În final toată lumea a avut de câștigat.

Limbajul Jocurilor

Să considerăm pentru început un joc simplu. Să presupunem existența unui duopol - de exemplu existența a doar doi producători de mașini de gătit. Să presupunem de asemenea că piața mașinilor de gătit a fost stabilă până nu de mult (cotele de piață ale celor doi), când unul dintre producători (X) a dezvoltat două strategii promoționale, una care utilizează spoturi radio și cealaltă care utilizează publicitatea într-un ziar național. Desigur că celălalt producător (Y), ca și răspuns la această situație, va pregăti la rândul lui o campanie promoțională similară.

Rezultatele competiției dintre cei doi sunt prezentate în tabelul de mai jos:

Strategia lui X	Strategia lui Y	Rezultat (modificarea cotei de piață %)
X ₁ (utilizează radioul)	Y ₁ (utilizează radioul)	X = 2 (câștigă); Y = - 2 (pierde)
X ₁ (utilizează radioul)	Y ₂ (utilizează presa)	X = 7 (câștigă); Y = - 7 (pierde)
X ₂ (utilizează presa)	Y ₁ (utilizează radioul)	X = 6 (câștigă); Y = - 6 (pierde)
X ₂ (utilizează presa)	Y ₂ (utilizează presa)	X = -4 (pierde); Y = 4 (câștigă)

Ele pot fi sintetizate astfel:

Tabelul 1 Rezultatele strategiilor jucătorului X

	Y ₁	Y ₂
X ₁	2	7
X ₂	6	-4

Jocurile cu strategii pure

În unele cazuri, jucătorii vor opta pentru doar una dintre strategii, denumită strategie dominantă.

Considerăm următorul exemplu:

Tabelul 2. Jocurile cu strategii pure

	Y ₁	Y ₂
X ₁	3	5
X ₂	1	-2

În exemplul de mai sus, dacă Jucătorul X alege prima strategie, cel mai prost rezultat (3) va fi superior rezultatului cel mai bun în cazul în care ar opta pentru a doua strategie (1). Prin urmare jucătorul X va opta pentru strategia X₁ indiferent de strategia aleasă de concurentul său. La rândul său, al doilea jucător, cunoscând faptul că X va opta întotdeauna pentru X₁, va încerca să își minimizeze pierderile alegând strategia Y₁. În acest caz el va pierde doar 3 puncte, pe când dacă ar opta pentru a doua strategie ar pierde 5 puncte. Acest Joc poartă numele de Joc cu strategii pure. În cazul acesta, jocul va avea un punct de echilibru, care va coincide cu rezultatul jocului.

Desigur, în realitate cei doi jucători este posibil să nu realizeze de la început faptul că jocul are un punct de echilibru. Acest lucru va deveni însă evident după ce vor juca o perioadă de timp. Ulterior ei vor opta pentru o singură strategie.

Există o metodă rapidă pentru a afla dacă un joc are un punct de echilibru. Trebuie respectată condiția: punctul de echilibru va fi acea valoare maximă pe coloana sa și minimă pe rândul său. În exemplul de mai sus 3 este valoarea maximă pe coloană (3,1) și minimă pe rând (3,5).

A doua metodă ce poate fi folosită pentru determinarea punctului de echilibru este criteriul MINIMAX. Astfel un joc va avea un punct de echilibru dacă a minimiza pierderile maxime ale unuia dintre jucători echivalează cu a maximiza câștigurile minime ale celuilalt.

Acest principiu reiese din datele de mai jos:

Tabelul 3. Principiul MINIMAX

		Y ₂		
	Y ₁			
X ₁	10	6	6	
X ₂	-12	2	-12	
	10	6		

Maximizarea câștigurilor minime pentru jucătorul X:

- Optând pentru X₁, în cele mai proaste condiții X câștigă 6 puncte
- Optând pentru strategia X₂, în cele mai proaste condiții X pierde 12 puncte
- Este preferabilă strategia X₁, pentru care câștigurile sunt maxime

Minimizarea pierderilor maxime ale jucătorului Y:

- Optând pentru Y₁, în cele mai proaste condiții Y pierde 10 puncte
- Optând pentru strategia Y₂, în cele mai proaste condiții Y pierde 6 puncte
- Este preferabilă strategia Y₂ pentru care pierderile sunt minime

Jocurile cu strategii mixte

Când nu există un punct de echilibru, jucătorii vor opta pentru fiecare dintre strategiile disponibile. Se pune deci problema determinării proporției în care vor fi preferate strategiile disponibile, astfel încât fiecare jucător să își maximizeze câștigul, indiferent de strategia aleasă de concurrent.

Pentru jocurile 2X2, unde fiecare jucător are la dispoziție doar 2 strategii:

Q desemnează proporția din timpul alocat strategiei X₁, iar 1- Q desemnează proporția în care este preferată strategia X₂;

P desemnează proporția din timpul alocat strategiei Y₁, iar 1- P desemnează proporția în care este preferată strategia Y₂.

Considerăm următorul exemplu:

Tabelul 4. Jocurile cu strategii mixte

	Y ₁ (P)	Y ₂ (1-P)
X ₁ (Q)	4	2
X ₂ (1-Q)	1	10

Pasul I. Determinarea lui Q, (1-Q), P, (1-P)

Combinatia X₁- X₂ optimă pentru X va fi asigurată atunci când câștigurile lui X dacă optează pentru X₁, indiferent de strategia aleasă de Y, vor fi egale cu cele obținute în cazul în care optează pentru X₂, indiferent de strategia aleasă de Y.

Dacă X alege strategia X₁, câștigurile sale vor fi: 4Q + (1-Q);

Dacă X alege strategia X₂, câștigurile sale vor fi 2Q + 10(1-Q);

Atunci 4Q + (1-Q) = 2Q + 10(1-Q) de unde Q = 9/11 iar (1-Q) = 2/11;

Dacă Y alege strategia Y₁, câștigurile sale vor fi: 4P + 2(1-P);

Dacă Y alege strategia Y₂, câștigurile sale vor fi P + 10(1-P);

Atunci 4P + 2(1-P) = P + 10(1-P) de unde P = 8/11 iar (1-P) = 3/11;

Pasul 2. Calculul soluției unui joc cu strategii mixte

Tabelul 5. Calculul soluției unui joc cu strategii mixte

	Y ₁ (8/11)	Y ₂ (3/11)
X ₁ (9/11)	4	2

$X_2 (2/11)$	1	10
--------------	---	----

Rezultatul jocului poate fi obținut ponderând fiecare valoare din tabel cu probabilitățile corespunzătoare celor două strategii implicate în obținerea ei. De exemplu obținerea valorii 4 implică folosirea strategiei X1 cu probabilitatea aferentă 9/11 și a strategiei Y1 cu probabilitatea aferentă 8/11.

Deci rezultaul jocului (acel rezultat obținut în urma unu număr mare de jocuri) va fi:

$$4 \times \frac{9}{11} \times \frac{8}{11} + 2 \times \frac{9}{11} \times \frac{3}{11} + 1 \times \frac{2}{11} \times \frac{8}{11} + 10 \times \frac{2}{11} \times \frac{3}{11} = \frac{38}{11} = 3,46$$

Există însă și o metodă mai scurtă pentru determinarea rezultatului unui astfel de joc mixt. Ținând seama de faptul că strategiile optime sunt obținute egalând câștigurile unui jucător pentru fiecare dintre cele două strategii, rezultă că soluția problemei poate fi obținută simplu calculând câștigurile unui jucător.

$$\text{Astfel, câștigurile lui X sunt: } (4 \times \frac{9}{11} + 1 \times \frac{2}{11}) = 2 \times \frac{9}{11} + 10 \times \frac{2}{11} = \frac{38}{11}$$

Bibliografie:

1. Barry Render, Ralph Stair, "Quantitative analysis for management", Prentice Hall Inc., 1997;
2. Berenson Levile, "Basic business statistics, Prentice hall, 1996;
3. Chase, R., "Production and Operations Management", Irwin Ed., Burr Ridge, Illinois, 1995.